عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
YouTube AE
قناة اليوتيوب رياضيات السابع
https://t.me/mathbook7
قناة شرح فيديو رياضيات السابع
https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

الدرس 2

حجم المخروط

الربط بالحياة اليومية

المهرجان تعد هالة وهداية مخاريط ثلجية للمهرجان المدرسي. وتريدان معرفة كمية الثلج داخل المخروط الورقي الذي يبلغ نصف قطره 4 سنتيمترات وارتفاعه 10 سنتيمترات.

1. تذكر أن قانون إيجاد حجم الهرم المستطيل القاعدة هو $V = \frac{1}{3}Bh$. كيف نقارن بين حجم هرم وحجم منشور له القاعدة والارتفاع ذاتهما؟

2. ما قانون التوصل إلى حجم الإسطوانة؟

3. ما حجم إسطوانة نصف قطرها 4 سنتيمترات وارتفاعها 10 سنتيمترات؟ استخدم $\pi = 3.14$.

4. حجم المخاريط التي تستخدمها هالة وهداية يساوي تقريبًا 167.5 سنتيمترًا مكعبًا. اكتب النسبة في أبسط صورة بحيث تقارن

بين حجم المخروط وحجم الإسطوانة. $\frac{\square}{\square}$

5. **التخمين** ما قانون معرفة حجم المخروط؟

السؤال الأساسي

لماذا القوانين مهمة في الرياضيات والعلوم؟

المفردات

مخروط cone

الممارسات الرياضية
1, 2, 3, 4

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
YouTube AE
قناة اليوتيوب رياضيات السابع
https://t.me/mathbook7
قناة شرح فيديو رياضيات السابع
https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

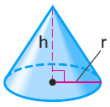
المفهوم الأساسي

حجم المخروط

منطقة العمل

الشرح حجم V مخروط باستخدام نصف القطر r يساوي ثلث مساحة القاعدة B مضروبًا في الارتفاع h.

النموذج

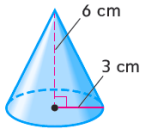


الرمز $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ أو $V = \frac{1}{3}Bh$

المخروط عبارة عن شكل ثلاثي الأبعاد بقاعدة دائرية واحدة تتصل برأس واحدة عن طريق سطح منحنٍ.

مثال

1. **أوجد حجم المخروط. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.**



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ حجم مخروط

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6$ $r = 3,\ h = 6$

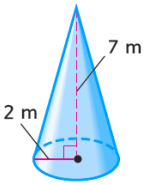
$V \approx 56.5$ بسّط.

الحجم تقريبًا 56.5 سنتيمترًا مكعبًا.

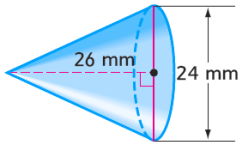
تأكد من فهمك! **أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.**

أوجد حجم كل مخروط. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

a.



b.



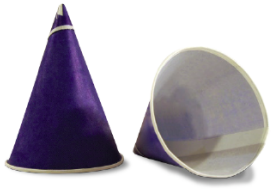
اكتب الحل هنا

a. _____

b. _____

مثال

2. **كأس ورقي على شكل مخروط مملوء بالماء. ارتفاع الكأس يساوي 10 سنتيمترات وقطره 8 سنتيمترات. ما حجم الكأس الورقي؟ قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.**



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ حجم المخروط

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 10$ $r = 4,\ h = 10$

$V \approx 167.6$ بسّط.

حجم الكأس الورقي يساوي تقريبًا 167.6 سنتيمترًا مكعبًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
YouTube AE
قناة اليوتيوب رياضيات السابع
https://t.me/mathbook7
قناة شرح فيديو رياضيات السابع
https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

c. تملأ سمية ستة مخاريط متطابقة لمسابقتها. كل مخروط يبلغ نصف قطره 3.6 سنتيمترات وارتفاعه 21 سنتيمترًا. ما حجم المخاريط الكلي؟ قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

اكتب الحل هنا.

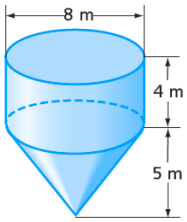
c. _____

حجم المجسمات المركبة

عندما يتضمن المجسم المركب إسطوانات ومخاريط، يمكنك إيجاد الحجم عن طريق تفكيكه إلى مجسمات تَعرفُ طريقة إيجاد حجمها.

مثال

3. أوجد حجم المجسم. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



الخطوة 1 أوجد حجم الإسطوانة.

$V = \pi r^2 h$ حجم الإسطوانة

$V = \pi \cdot \mathbf{4^2} \cdot \mathbf{4}$ $r = 4,\ h = 4$

$V = \pi \cdot \mathbf{16} \cdot \mathbf{4}$ بسّط.

$V \approx 201.1$ بسّط.

الخطوة 2 أوجد حجم المخروط.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ حجم المخروط

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \mathbf{4^2} \cdot \mathbf{5}$ $r = 4,\ h = 5$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \mathbf{16} \cdot \mathbf{5}$ بسّط.

$V \approx 83.8$ بسّط.

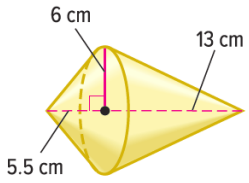
إذًا، حجم المجسم يساوي تقريبًا 201.1 + 83.8 أو 284.9 مترًا مكعبًا.

انتبه! وفكّر

يبسّط حارب وحماد $\pi \cdot 5^2$.
يقرّب حارب π إلى 3.14
ويستخدم حماد مفتاح π في حاسبته. أي عملية حسابية للطالبين أقرب إلى القيمة الدقيقة؟ اشرح فيما يلي.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

d. أوجد حجم المجسّم.



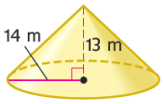
d. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين موجّه

أوجد حجم كل مخروط. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثالان 1 و 2)

1.



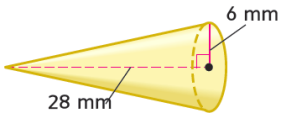
$V = \frac{1}{3}Bh$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi (14)^2 (13)$

$= 2668.3 \text{ m}^3$

2.



$V = \frac{1}{3}Bh$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi (6)^2 (28)$

$= 1055.6 \text{ mm}^3$

4. الارتفاع: 120 ملّيمترًا
نصف القطر: 45 ملّيمترًا

$V = \frac{1}{3}Bh$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi (45)^2 (120) = 254469 \text{ mm}^3$

3. الارتفاع: 9 m
القطر: 10 m

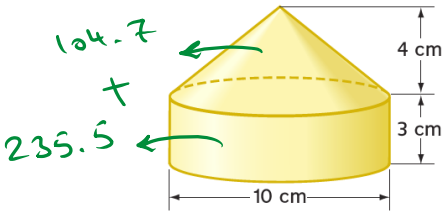
$V = \frac{1}{3}Bh$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi (5)^2 (9)$

$= 235.6 \text{ m}^3$

5. أوجد حجم المجسم الموجود في يسار الصفحة. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 3)



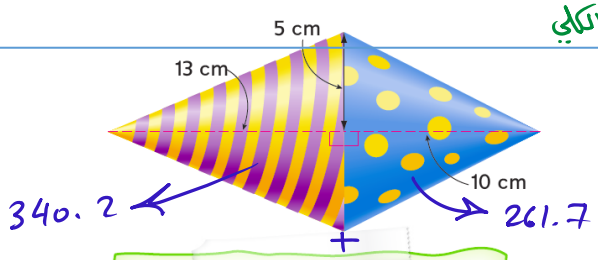
104.7 +
235.5

المخروط $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (5)^2 (4) = \frac{100}{3}\pi$

الأسطوانة $V = Bh = \pi r^2 h = \pi (5)^2 (3) = 75\pi$

الكلي $V = \frac{100}{3}\pi + 75\pi = \frac{325}{3}\pi = 340.3 \text{ cm}^3$

6. أوجد حجم زوج المخاريط الموضح. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 3)



340.2 + 261.7

اليسار $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}(3.14)(5)^2(13) = 340.2$

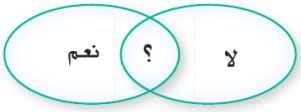
اليمين $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}(3.14)(5)^2(10) = 261.7$

الكلي $V = 340.2 + 261.7 = 601.9 \text{ cm}^3$

7. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما الذي يؤثر أكثر في حجم المخروط: مضاعفة نصف قطره أم مضاعفه ارتفاعه؟ اشرح.

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لحجم المخاريط؟
ظلل القسم الذي ينطبق.



المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

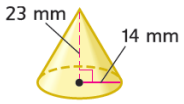
الاسم _____ واجباتي المنزلية _____

تمارين ذاتية

πr^2 = مساحة القاعدة (دائرة) B

أوجد حجم كل مخروط. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 1)

1.



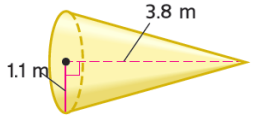
$V = \frac{1}{3} B h$ ارتفاع

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \pi (14)^2 (23)$

$= 4720.8 \text{ mm}^3$

2.



$V = \frac{1}{3} B h$

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

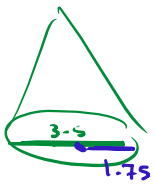
$= \frac{1}{3} \pi (1.1)^2 (3.8)$

$= 4.8 \text{ m}^3$ اكتب الحل هنا

3

الارتفاع: 8.4 أمتار

القطر: 3.5 أمتار d



$V = \frac{1}{3} B h$

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \pi (1.75)^2 (8.4)$

$= 26.9 \text{ m}^3$

4. الارتفاع: 3.9 أمتار

نصف القطر: 1.7 متر r

$V = \frac{1}{3} B h$

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \pi (1.7)^2 (3.9)$

$= 11.8 \text{ m}^3$

5. مخروط مثل المخروط في يسار الصفحة سيُملأ بالحلوى. ما حجم المخروط؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 2)

$V = \frac{1}{3} B h$

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3} \pi (3.5)^2 (8)$

$= 102.6 \text{ cm}^3$

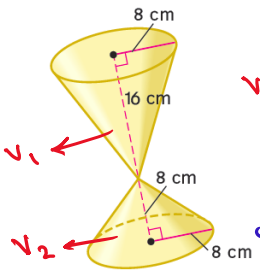
6. يبني السيد إبراهيم سقيفة تخزين على شكل مخروطي. قطر قاعدة السقيفة يساوي 4 أمتار $\div 2 = 2$ وارتفاعها يساوي 3.8 أمتار. ما حجم السقيفة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 2)

$V = \frac{1}{3} B h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi (2)^2 (3.8)$

$= 15.9 \text{ m}^3$

أوجد حجم كل مجسم. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 3)

7.



$V_1 = \frac{1}{3} \pi (8)^2 (16)$

$= 1072.3$

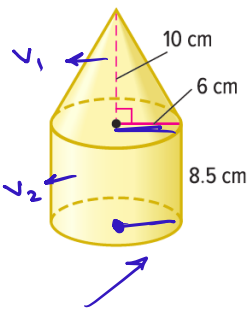
$V_2 = \frac{1}{3} \pi (8)^2 (8)$

$= 536.2$

الكلي $V = 1072.3 + 536.2$

$= 1608.5 \text{ cm}^3$

8.



$V_1 = \frac{1}{3} B h$

$= \frac{1}{3} \pi (6)^2 (10)$

$= 377$

$V_2 = B h$

$= \pi (6)^2 (8.5)$

$= 961.3$

الكلي $V = 377 + 961.3$

$= 1338.3 \text{ cm}^3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9 إسطوانة نصف قطرها 5 سنتيمترات وارتفاعها 12 سنتيمترًا. ما الارتفاع اللازم لمخروط إذا كان له الحجم ونصف القطر ذاتهما؟ قرّب إلى أقرب سنتيمتر.

$V_{\text{المخروط}} = V_{\text{الأسطوانة}}$

$\frac{1}{3}Bh = Bh$

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi r^2 h$

$\frac{1}{3}\pi(5)^2 h = \pi(5)^2(12)$

$\frac{1}{3}h = 12$

$h = 3(12)$

$h = 36$ cm

10. د٠٣ **التفكير بطريقة تجريدية** يصنع عيسى مكعبات ثلج مخروطية الشكل باستخدام قالب. نصف قطر القالب يساوي 1.5 سنتيمتر وارتفاعه يساوي 2 سنتيمتر. إذا كانت كتلة السنتيمتر المكعب تساوي تقريبًا 1 جرام، فما كتلة عشرة مكعبات ثلج بالجرام؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

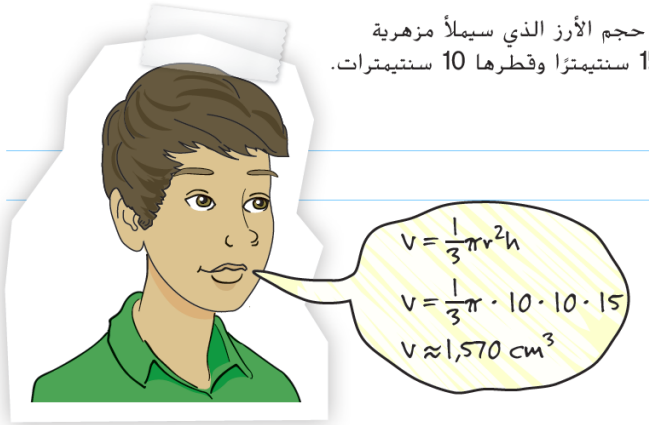
كتلة عشرة مكعبات $= 10$ (الحجم) $= 10\left(\frac{1}{3}\pi(1.5)^2(2)\right)(1\text{ g}) =$ **47.1 g**

11. حجم مخروط نصف قطره 30 ملّيمترًا يساوي 9,420 ملّيمترًا مكعبًا. فما ارتفاع المخروط بالتقريب إلى أقرب ملّيمتر؟

$9420 = \frac{1}{3}\pi(30)^2 h \Rightarrow h = \frac{9420}{\frac{1}{3}\pi(30)^2} =$ **10 mm**

مسائل مهارات التفكير العليا

12. د٠٣ **البحث عن الخطأ** يحاول فالح التوصل إلى حجم الأرز الذي سيملأ مزهرية زخرفية على شكل مخروط. يبلغ طول المزهرية 15 سنتيمترًا وقطرها 10 سنتيمترات. ابحث عن الخطأ وصححه.



13. د٠٣ **المثابرة في حل المسائل** ارسم مخروطين بأبعاد مختلفة ولكن حجمهما واحد وسَمِّهما.

14. د٠٣ **الاستدلال الاستقرائي** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *دومًا*، *أم أحيانًا*، أم غير صحيحة *مطلقًا*. اشرح تبريرك.

حجم كل من الهرم الذي قاعدته على شكل مستطيل والمخروط، اللذان لهما ارتفاع واحد ومساحات قاعدة متساوية، متساوٍ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

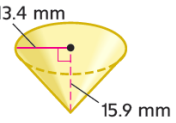
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
YouTube AE
قناة اليوتيوب رياضيات السابع
https://t.me/mathbook7
قناة شرح فيديو رياضيات السابع
https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

تمرين إضافي

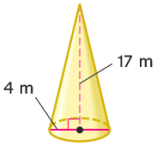
انسخ وأوجد الحل بالنسبة إلى التمارين 33-15، اكتب الحل والإجابات في ورقة منفصلة.

أوجد حجم كل مخروط. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

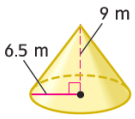
15.



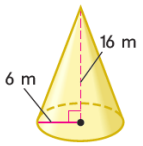
16.



17.



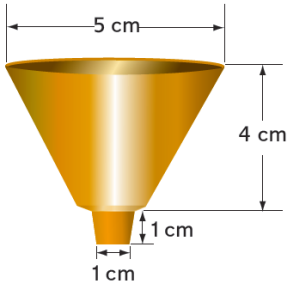
18.



19. الارتفاع: 24 سنتيمترًا
القطر: 8 سنتيمترات

20. الارتفاع: 9 سنتيمترات
القُطر: $7\frac{1}{2}$ سنتيمترات

21. يَستخدم أسامة القُمع الموضح لملء زجاجة بالرمال الملونة. قدّر حجم القمع.



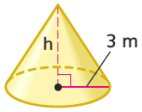
22. يبلغ ارتفاع جبل رينييه، وهو بركان مخروطي الشكل في واشنطن، حوالي 4.4 كيلومترات ويبلغ طول قاعدته حوالي 18 كيلومترًا. أوجد حجم جبل رينييه بالتقريب إلى أقرب عدد كلي.

23. حجم مخروط يساوي 471.24 سنتيمترًا مكعبًا وارتفاعه يساوي 8 سنتيمترات. ما قُطره؟

24. حجم مخروط يساوي 593.46 سنتيمترًا مكعبًا. نصف القطر يساوي 9 سنتيمترات. أوجد ارتفاع المخروط وقرّب إلى أقرب سنتيمتر.

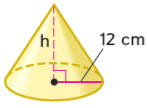
٢٠ المثابرة في حل المسائل أوجد ارتفاع كل مخروط. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

25.



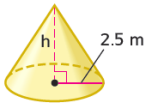
الحجم: 42.39 m^3

26.



الحجم: 1,205.76 cm^3

27.



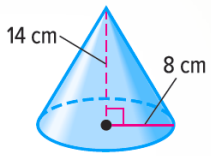
الحجم: 19.625 m^3

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

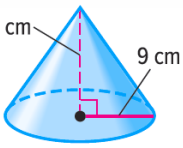
انطلق! تمرين على الاختبار

28. أربعة مخاريط لها الأبعاد الموضحة فيما يلي.

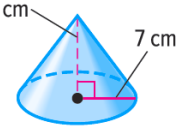
الشكل 1



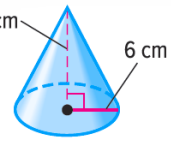
الشكل 2



الشكل 3



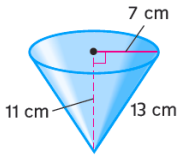
الشكل 4



رتّب المخاريط من الأصغر حجمًا إلى الأكبر حجمًا. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

	الشكل	الحجم (cm^3)
الأصغر		
الأكبر		

29. ارجع إلى المخروط الموجود في يسار الصفحة. حدد ما إذا كانت كل عبارة صواب أم خطأ.



a. المساحة التقريبية للقاعدة تساوي 153.9 سنتيمترًا مربعًا.
☐ صواب ☐ خطأ

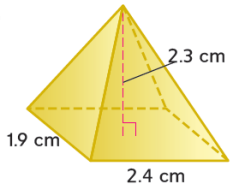
b. الحجم التقريبي للمخروط يساوي 886.5 سنتيمترًا مكعبًا.
☐ صواب ☐ خطأ

c. حجم إسطوانة لها الارتفاع ونصف القطر ذاتهما يساوي 3 أضعاف حجم المخروط.
☐ صواب ☐ خطأ

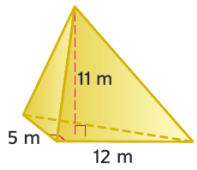
مراجعة شاملة

أوجد حجم كل هرم. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. 7.G.6

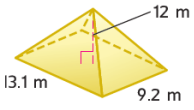
30.



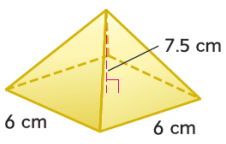
31.



32.



33.

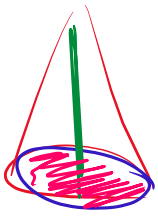


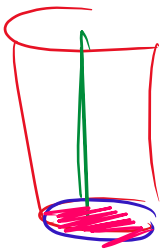
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

إذا كان هرم

الأسطوانة $V = Bh$

المخروط $V = \frac{1}{3} Bh$





المخروط الدائري القائم $V = \frac{1}{3}$ مساحة القاعدة

المخروط $V = \frac{1}{3} B \times h$

$V = B \times h$

$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$